

راهنمای پاسخ‌دهی
پرسش‌ها، تمرین‌ها، فعالیت‌ها و مسئله‌های

فصل دوم

فیزیک ۲
پایه یازدهم

چاپ اول
۱۳۹۶

سخنی با همکاران

همکاران گرامی و دبیران ارجمند، متممی است هنگام مراجعه به این مجموعه، نکات زیر را در نظر داشته باشید.

- ۱- در نگارش این مجموعه فرض بر این بوده است که **مخاطب، دبیر فیزیک** است. لذا حساسیت‌ها و ظرایفی که به لحاظ تعلیم و تربیتی برای مخاطب قرار دادن دانشآموز در یک متن آموزشی ضرورت دارد، در اینجا مورد نگاه نبوده است. مثلاً گاه در پاسخ یک پرسش، بحثی نسبتاً طولانی ارائه شده است که متناسب با حوصله معلم است، نه دانشآموز. یا ممکن است در پاسخ یک سؤال، دو یا چند راه حل داده شده باشد که قطعاً عرضه همه این پاسخ‌ها به دانشآموز، سبب خستگی وی می‌گردد.
 - ۲- قطعاً اساتید بزرگوار، پاسخ‌ها و راه حل‌های در خود دیگری نیز برای سؤال‌ها و مسائل دارند که ای بسا به ملاحظاتی، پسندیده‌تر از پاسخ‌ها و توضیحات این مجموعه باشد.
 - ۳- تجربه تعامل تعلیم و تربیتی با دانشآموزان به این نتیجه گران‌بها می‌انجامد که پاسخ ناتمام و ناقصی که دانشآموز در زمینه تلاش و فعالیت علمی خود به یک پرسش می‌دهد، ارجمندتر از پاسخ تمام و کاملی است که معلم به او می‌دهد و او منفعانه به ذهن می‌سپارد.
 - ۴- این مجموعه براساس متن درسی کتاب رشتۀ ریاضی چاپ ۱۳۹۶ افراهیم شده است. با توجه به ساده‌سازی‌های انجام شده در متن درسی کتاب رشتۀ تجربی، ضروری است دبیران بزرگوار، متناسب‌سازی‌های لازم را در مباحث این مجموعه، برای همزبان شدن با دانشآموزان رشتۀ تجربی، شخصاً عهده‌دار شوند.
- از حسن توجه و نگاه مسؤولانه همکاران سپاسگزاریم.

تهیه و تنظیم: محمدرضا خوشبین خوشنظر

ویراستار: محمدرضا شریف زاده اکباتانی

- لطفاً نظرات و پیشنهادات خود را به Ahmadahmady@gmail.com یا khoshbin@talif.sch.ir ارسال کنید.
- * تمام حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به گروه فیزیک دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی است و هر گونه چاپ و تکثیر ممنوع است.
 - * سایت مورد تأیید گروه فیزیک جهت هر گونه دانلود و امور پشتیبانی مربوط به کتاب‌های فیزیک دوره متوسطه دوم: Physics-dept.talif.sch.ir

فصل ۲

فعالیت ۱-۲ (صفحه ۴۷)

وقتی کلید را می‌زنیم، میدان الکتریکی با سرعتی نزدیک به سرعت نور برقرار می‌شود و الکترون‌های آزاد در سرتاسر سیم به طور هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. توجه کنید که این ربطی به زمانی ندارد که طول می‌کشد تا یک الکترون از کلید به لامپ برسد، بلکه این زمان انتشار میدان الکتریکی است. برای آنکه به درکی از موضوع برسید، یک مثال خوب آن است که یک گروه سرباز (در تشابه با الکترون‌ها) را در نظر بگیرید که به حالت خبردار ایستاده‌اند. وقتی دستور قدمرو صادر می‌شود (در تشابه با زده شدن کلید) این دستور با سرعت صوت (در تشابه با سرعت نور در مسئله‌ما) به گوش سربازان (الکترون‌ها) می‌رسد و آن‌ها هم‌زمان گام برمی‌دارند؛ زیرا این سرعت بسیار سریع‌تر از سرعت حرکت سربازان (الکترون‌ها) است و به همین علت است که سربازان (الکترون‌ها) تقریباً هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند.

تمرین ۱-۲ (صفحه ۴۸)

از رابطه ۱-۲ به صورت $\Delta t = \Delta q/I$ استفاده می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{\Delta Ah}{\Delta A} = 10 \text{ h} \quad (\text{الف})$$

ب) اکنون داریم

$$\Delta t = \frac{1000 \text{ mAh}}{100 \mu\text{A}} = \frac{1000 \text{ mAh}}{0.1 \text{ mA}} = 10000 \times 10^{-4} \text{ h}$$

این مدت کمی بیشتر از یک سال است و مثلًا یک باتری قلمی تقریباً در چنین مدتی، انرژی مورد نیاز یک ساعت دیواری را تأمین می‌کند.

تمرین ۲-۲ (صفحه ۵۸)

با استفاده از جدول ۲-۲ و دستورالعمل متن درس داریم:

$$R = (رقم سوم) \times 10 \times (رقم دوم) \times (رقم اول)$$

$$= (4)(7) \times 10^3 = 4700 \Omega$$

بنابراین، مقدار مقاومت نشان داده شده $47k\Omega$ و با ترانس ۱۰ درصد است. یعنی مقدار مجاز انحراف 470Ω می‌شود. به عبارتی، مقاومت می‌تواند $470 \pm 47k\Omega$ باشد.

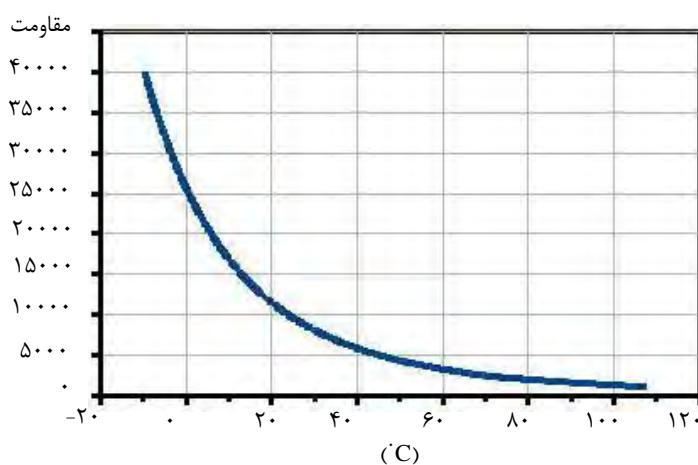
فعالیت ۲-۳ (صفحه ۵۹)

ترمیستورها بر دو نوع NTC^۱ و PTC^۲ هستند. NTC‌ها از نیم‌رساناهای خالص مانند سیلیسیم یا ژرمانیم ساخته شده‌اند که همان‌طور که در مبحث تغییر مقاومت ویژه با دما دیدیم، با افزایش دما بر تعداد حامل‌های بار آن‌ها افزوده می‌گردد و بدین ترتیب از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود. به عبارت دیگر، ضریب دمایی مقاومت ویژه α ی آن‌ها منفی است (شکل الف).

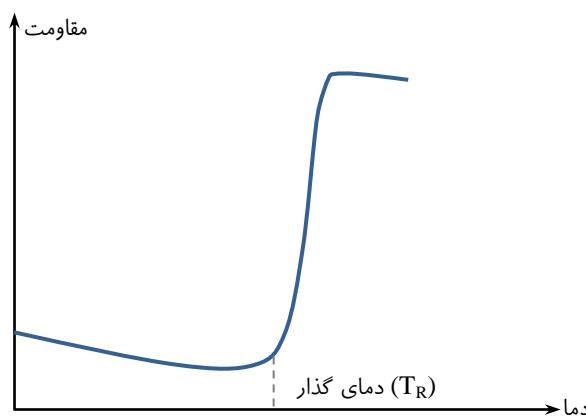
^۱ NTC برگرفته از Negative Temperature Coefficient به معنای ضریب دمایی منفی.

^۲ PTC برگرفته از Positive Temperature Coefficient به معنای ضریب دمایی مثبت.

PTC‌ها خود بر دو نوع‌اند. یک نوع که به نام سیلیسیوم غیرخالص (آلاییده) ساخته شده است که با افزودن یک ناخالصی به سیلیسیوم، ویژگی رسانش الکتریکی پیدا کرده است. این نوع PTC‌ها مانند فلزات رفتار کرده و مقاومت آن‌ها با افزایش دما زیاد می‌شود. به عبارت دیگر، ضریب دمایی مقاومت ویژه آن‌ها مثبت است. نوع دیگر آن‌ها، رفتار ویژه‌ای دارد، به طوری که ضریب دمایی مقاومت ویژه آن‌ها تا پیش از دمایی خاص موسوم به دمای گذار (T_R) که به آن نقطه کوری^۱ (نیز می‌گویند) اندازی منفی است و پس از آن در یک محدوده دمایی تغییر چشمگیری می‌کند و بهشت مثبت می‌گردد. به این نوع PTC‌ها، نوع تعویضی^۲ گفته می‌شود؛ چرا که ضریب دمایی مقاومت ویژه آن‌ها پس از نقطه کوری تغییر چشمگیری پیدا می‌کند و از یک مقدار کم منفی به مقدار مثبت بالایی تعویض می‌شود (شکل ب). به عبارتی، یک تغییر دمایی چند درجه‌ای به تغییر مقاومتی با چندین مرتبه بزرگی می‌انجامد. این نوع PTC‌ها اغلب در یک گستره دمایی 60°C تا 120°C طراحی شده‌اند. از PTC‌ها برای تنظیم جریان و جلوگیری از افزایش آن در مدارهای الکتریکی استفاده می‌شود.



شکل الف- مقاومت بر حسب اهم در یک گستره دمایی برای یک نمونه ترمیستور NTC.



شکل ب- نمودار مقاومت دما برای نوع تعویضی PTC‌ها (نمودار به مقیاس نیست).

Silicon Thermistor از Silistor^۳ برگرفته است.

^۱. Curie point

^۲. Switching

پرسش ۱-۲ (صفحه ۶۱)

با بستن کلید، جریان در جهت نیروی محرکه الکتریکی (درون باتری، از قطب منفی به سمت قطب مثبت) به جریان می‌افتد که در شکل سمت چپ، دیود امکان عبور را نمی‌دهد. در واقع، دیود شبیه یک شیر یک طرفه یا خیابانی یک طرفه در برابر عبور جریان عمل می‌کند و در برابر عبور جریان از طرف مخالف، مقاومت بسیار زیادی نشان می‌دهد و مانع از عبور جریان می‌شود. بنابراین، با بستن کلید در شکل سمت راست، LED روشن می‌شود.

فعالیت ۴-۲ (صفحه ۶۲)

مقاومت داخلی باتری موجب این تفاوت می‌شود. وقتی از باتری یا هر منبع نیروی محرکه‌ای جریان می‌گیریم، جریان از خود منبع نیز که دارای مقاومت داخلی است می‌گذرد و این موجب کاهش انرژی الکتریکی و افت پتانسیل دو سر منبع می‌شود.

مقاومت داخلی باتری‌ها به مرور زمان افزایش می‌یابد. با آزمایشی مانند فعالیت ۴-۲ می‌توان مقاومت داخلی یک باتری را به دست آورد. نخست باید کلید قطع باشد و



ولتاژ دو سر باتری که ولتاژ بیشینه آن (ϵ) است اندازه‌گیری شود. سپس، با وصل کردن کلید، دوباره باید ولتاژ دو سر باتری را که مثلاً V می‌شود محاسبه کرد، که کمتر از ϵ است. همان‌طور که گفتیم این به مقاومت داخلی باتری مربوط می‌شود. با توجه به اینکه دانش‌آموزان در ادامه درس با مقاومت داخلی و قاعدة حلقه آشنا می‌شوند، می‌توان با قرار دادن آمپرسنجر به طور متوالی، جریان الکتریکی I و از آنجا مقاومت داخلی r را محاسبه کرد که به این موضوع در فعالیت ۶-۲ پرداخته‌ایم.

فعالیت ۵-۲ (صفحه ۶۲)

در فصل گذشته دیدیم که پتانسیل با جابه‌جایی در جهت میدان الکتریکی کاهش پیدا می‌کند. بنابراین، اگر از پایانه منفی باتری به سمت پایانه مثبت آن حرکت کنیم برخلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و بالعکس وقتی از پایانه مثبت باتری به سمت پایانه منفی آن حرکت کنیم، در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم و پتانسیل کاهش می‌یابد.

تمرین ۳-۲ (صفحه ۶۵)

الف) اگر مدار را در خلاف جهت جریان نشان داده شده بپیماییم، با استفاده از قاعدة حلقه داریم

$$-\epsilon + IR + Ir = 0$$

و از آنجا

$$I = \frac{\epsilon}{R+r} = \frac{12V}{4/0\Omega + 2/0\Omega} = 2/0A$$

ب) اگر از نقطه b در خلاف جهت جریان I به سمت نقطه a حرکت کنیم، خواهیم داشت:

$$V_b + Ir - \epsilon = V_a$$

و در نتیجه

$$\begin{aligned} V_b - V_a &= \epsilon - Ir \\ &= 12V - (2/0A)(2/0\Omega) = 8V \end{aligned}$$

بنابراین می‌بینید چه مدار را در جهت جریان بپیماییم و چه در خلاف جهت جریان، به پاسخ یکسانی برای جریان مدار و یا اختلاف پتانسیل دو سر باتری می‌رسیم.

فعالیت ۲-۶ (صفحه ۶۶)

این فعالیت در امتداد فعالیت ۴-۲ است که این بار باید مقاومت داخلی دو باتری را پس از اندازه‌گیری با هم مقایسه کنیم که یکی نو و دیگری فرسوده است. در هر حال با استفاده از رابطه ۷-۲ می‌توان مقاومت داخلی r را به صورت زیر نوشت:

$$r = \frac{\varepsilon - V}{I}$$

که V و I به ترتیب اختلاف پتانسیل دو سر باتری و جریان آن، پس از بستن کلید و ε اختلاف پتانسیل دو سر باتری پیش از بستن کلید است. مثلاً در یک مدار نوعی ممکن است $V = 1/13\text{V}$ و $\varepsilon = 1/27\text{V}$ به دست آید که تفاوت آن‌ها 14V است. حال اگر آمپرسنچ مثلاً $A = 0.06$ را نشان دهد، مقاومت داخلی باتری $2/3\Omega$ خواهد شد. یک محاسبه ریاضی با حذف I در رابطه بالا، به رابطه $R = (\varepsilon - V)/I$ می‌انجامد. در یک باتری فرسوده، بهای مقاومت خارجی R یکسان، V از مقدار به دست آمده برای

همان باتری نو خیلی کوچک‌تر است، در حالی که ε کاهش چندانی پیدا نمی‌کند. بنابراین، کاهش V ، به بزرگ شدن r می‌انجامد. همچنین خوب است نمودار اختلاف پتانسیل باتری بر حسب جریان عبوری I را نیز رسم کنیم که این در مسئله ۲۰ پایان فصل مطرح شده است. از آنجا درخواهیم یافت، مقاومت داخلی باتری برابر است با نسبت نیروی حرکت الکتریکی به جریان بیشینه. در هر نقطه‌ای از این نمودار، با اندازه‌گیری ولتاژ و جریان می‌توان مقاومت داخلی را از این

نسبت به دست آورد. همچنین در این مسئله می‌توانستیم با در نظر گرفتن حلقه‌ای که شامل مقاومت R باشد به رابطه مفید دیگری نیز برای محاسبه مقاومت داخلی r بررسیم:

$$\varepsilon - Ir - IR = 0 \Rightarrow \varepsilon = I(r + R)$$

و از آنجا نیز می‌توان با دانستن R ، مقاومت داخلی r را محاسبه کرد.

فعالیت ۲-۷ (صفحه ۶۸)

روشی که در پی می‌آید از کتاب بسیار معتبر زیر اخذ شده است:

Physic Laboratory Manual, 3th edition, David H. Loyd, Thomson Brooks (۲۰۰۶).

توضیح نظری

وقتی از مقاومتی به مقاومت R جریان I تحت ولتاژ V بگذرد، توان جذب شده در مقاومت از $P = I^2R = \frac{V^2}{R} = VI$ به دست می‌آید. از طرفی، توان، انرژی بر واحد زمان است و بنابراین انرژی U برابر Pt می‌شود. از طرفی با گرماسنجی در فیزیک دهم

آشنا شدیم. با گرم شدن مقاومت، دمای آن افزایش می‌یابد و این سبب انتقال گرمایی Q از مقاومت به آب و ظرف گرماسنج می‌گردد. گرمایی Q باعث افزایش دمای آن‌ها به اندازه ΔT می‌شود. می‌دانیم گرمایی Q با ΔT طبق رابطه زیر مربوط می‌شوند:

$$Q = (m_c c_w + m_c c_c) \Delta T = (m_w c_w + C_c) \Delta T$$

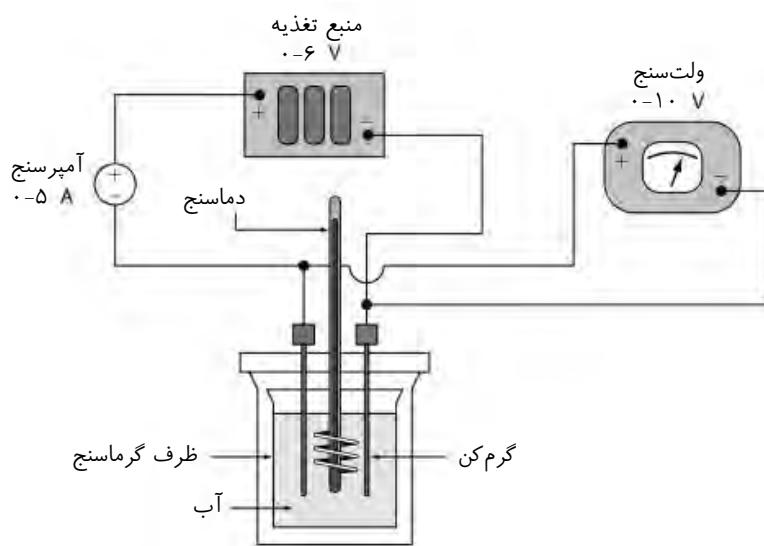
که در آن شاخص‌های پایین w و c به ترتیب مربوط به آب و ظرف گرماسنج هستند. c گرمای ویژه و C ظرفیت گرمایی است. پس از آن که سیم گرمکن گرماسنج به حد کافی گرم شد و به دمای تقریباً ثابتی رسید، انرژی الکتریکی مصرفی در این مقاومت کاملاً به گرمایی تبدیل می‌شود و داریم

$$VIt = (m_w c_w + C_c) \Delta T$$

اگر ولتاژ اعمال شده به مقاومت غوطه‌ور در آب درون گرماسنج در طی آزمایش ثابت باقی می‌ماند و در نتیجه جریان مقاومت نیز ثابت می‌ماند، در آن صورت نمودار $VIt = (m_w c_w + C_c) \Delta T$ بر حسب $\frac{VIt}{(m_w c_w + C_c) \Delta T}$ برابر یک می‌شود. اما هنگام انجام آزمایش درخواهید یافت که مقادیر V و I پیوسته کم و زیاد می‌شود و بنابراین باید با رویکردی ویژه این آزمایش را انجام داد، که در ادامه به آن خواهیم پرداخت.

روش آزمایش

یا ظرفیت گرمایی گرماسنج را می‌دانیم و یا آن را از حاصل ضرب جرم در گرمای ویژه جنس آن محاسبه می‌کنیم. جرمی کافی و معلوم از آب را داخل گرماسنج می‌ریزیم. برای آنکه پاسخ بهتری از آزمایش بگیرید خوب است دمای آب چند درجه کمتر از دمای اتاق باشد. گرمکن را در داخل ظرف گرماسنج وارد می‌کنیم و مداری مانند شکل زیر می‌بندیم.



آن‌گاه منبع تغذیه را روشن می‌کنیم و جریان را بین $4/0\text{ A}$ تا $5/0\text{ A}$ تنظیم می‌کنیم. بلا فاصله پس از اینکه به جریان مورد نظر رسیدیم، منبع تغذیه را خاموش می‌کنیم و نمی‌گذاریم آب به میزان زیادی گرم شود. اکنون آب را به هم می‌زنیم تا به تعادل گرمایی برسد. پس از چند دقیقه هم زدن، دمای اولیه T_i را یادداشت می‌کنیم و سپس دوباره منبع تغذیه را در حالی که همان جریان خروجی قبلی را به دست می‌دهد، روشن می‌کنیم و هم‌زمان زمان سنج را به کار می‌اندازیم. مقادیر اولیه جریان و ولتاژ (V_1 و I_1) را در جدول یادداشت می‌کنیم. دمای T ، جریان I و ولتاژ V را هر 60 ثانیه یک بار، برای مدت زمان 8 دقیقه اندازه می‌گیریم، در حالی که آب را همچنان به هم می‌زنیم. داده‌ها را در جدولی یادداشت می‌کنیم. $\Delta T = T - T_i$ (افزایش دما

نسبت به دمای اولیه (T_i) را برای هر مقدار اندازه‌گیری شده T محاسبه و یادداشت می‌کنیم. همچنین به ازای هر مقدار اندازه‌گیری شده T ، مقدار Q را از رابطه $Q = (m_w c_w + C_c)(T - T_i)$ محاسبه می‌کنیم. برای هر بار، ولتاژ V و جریان I و حاصلضرب VI را یادداشت می‌کنیم. سپس VI متوسط را از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{VI} = \frac{V_1 I_1 + V_2 I_2 + \dots + V_n I_n}{n}$$

برای هر مقدار اندازه‌گیری شده t , $\bar{VI}t$ را محاسبه و یادداشت می‌کنیم.

اکنون برای رسم نمودار $\bar{VI}t$ بر حسب $\bar{VI}t$ مقادیر به دست آمده از $(m_w c_w + C_c)(T - T_i)$ را روی محور افقی و مقادیر به دست آمده برای $\bar{VI}t$ را روی محور عمودی نشانه‌گذاری می‌کنیم و از تلاقی امتداد آن‌ها به نقاطی در صفحه نمودار می‌رسیم. اینک خط راستی رسم می‌کنیم که از مبدأ مختصات بگذرد و به بهترین شکل از بین این نقاط عبور کند (اصطلاحاً به این عمل برازش خطی گفته می‌شود). می‌توانیم در یک روش دقیق‌تر با استفاده از ماشین حساب‌های مهندسی با قابلیت انجام برازش، این خط را رسم کنیم. انتظار داریم برای هریک از نقاط این خط، نسبت $\frac{\bar{VI}t}{(m_w c_w + C_c)\Delta T}$ با دقت مناسب برابر واحد باشد.

فعالیت ۲-۸ (صفحه ۶۸)

الف) همان‌طور که در صورت فعالیت آمده است، باید از رابطه $10-2$ استفاده کنیم. از این رابطه $P/V = R$ دست می‌آید که این مقاومت الکتریکی در دمایی است که دستگاه (لامپ) به ولتاژ اسمی خود متصل شده است. در استفاده از اهم‌سنجد به دانش آموزان گوشزد کنید که هنگام استفاده از آن ابتدا سنجه را روی حداکثر مقاومت قابل اندازه‌گیری تنظیم کنند و دوم اینکه همان‌طور که در صورت فعالیت نیز آمده، وسیله (اینجا لامپ) باید خاموش (در دمای اتاق) باشد و هیچ جریانی از آن نگذرد. این آزمایش، آزمایش مهمی است و دانش آموزان پس از انجام آن به تفاوت زیادی بین مقاومت اندازه‌گیری شده و مقاومت حاصل از رابطه $10-2$ می‌رسند. مقاومت اندازه‌گیری شده حدود 40Ω می‌شود، در حالی که همان‌طور که خواهید دید رابطه $10-2$ برای اندازه مقاومت به عددی حدود 500Ω می‌انجامد.

دانش آموزان باید با بحث گروهی و البته راهنمایی معلم به نقش دمای رشته (فیلامان) ملتهب لامپ پی ببرند که این موضوع قسمت ب فعالیت است.

ب) مقاومت لامپ 100 واتی روشن با استفاده از معادله $10-2$ برابر است با

$$R = \frac{(220V)^2}{100W} = 484\Omega$$

اکنون از رابطه $10-2$ ، دمای رشته لامپ را به دست می‌آوریم. در مثال $4-2$ دیدیم که این معادله به رابطه زیر می‌انجامد:

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

از اینجا دمای T را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} T &= T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0} \\ &= 20^\circ C + \frac{(484\Omega - 40\Omega)}{(4/5 \times 10^{-3}^\circ C^{-1})(40\Omega)} \\ &= 2/5 \times 10^3^\circ C \end{aligned}$$

توجه کنید عدد 2500°C صرفاً برآورده برای دمای رشتہ لامپ است. همچنین توجه کنید که در محاسبه دما فرض کردیم که اهم سنج، مقاومت لامپ خاموش را حدود 40Ω به دست می‌دهد، دمای اتاق را $T = 20^{\circ}\text{C}$ گرفته‌ایم، و ضریب دمایی مقاومت α را نیز از جدول ۱-۲ قرار دادیم.

پرسش ۲-۲ (صفحه ۶۸)

پاسخ این است که همه لامپ‌های رشتہ‌ای (از جمله لامپ هالوژن) با اتلاف انرژی الکتریکی به صورت گرمایش (فیلامان) لامپ را گرم می‌کنند. بخشی از این انرژی به نور مرئی تبدیل می‌شود، اما بیشتر آن به صورت گرما تلف می‌گردد. اما در LED‌ها، بخش بزرگی از انرژی الکتریکی داده شده به حامل‌های بار، با حرکت دادن حامل‌های بار و عبور جریان از LED موجب گسیل نور توسط آن‌ها می‌شود. به عبارتی، بخش عمده انرژی الکتریکی داده شده موجب گسیل نور می‌شود و تنها مقدار ناچیزی از آن به صورت گرما تلف می‌گردد.

تمرین ۴-۲ (صفحه ۷۰)

در یک مدار ساده شامل یک باتری آرمانی و مقاومت، قاعده حلقه به صورت $\mathcal{E} - IR = \mathcal{E}$ در می‌آید. حال اگر دو طرف این رابطه را در $I\Delta t$ ضرب کنیم به رابطه $\mathcal{E}I\Delta t = I^2R\Delta t$ می‌رسیم. با توجه به اینکه $\Delta q = I\Delta t$ است و با استفاده از تعریف نیروی محرکه الکتریکی $\Delta W/\Delta q = \mathcal{E}$ ، طرف چپ این معادله برابر با ΔW یا همان کاری است که باتری روی بار انجام داده است. از طرفی می‌دانیم که توان الکتریکی مصرفی در رسانایی با مقاومت R برابر RI است. بنابراین طرف راست معادله بالا در واقع مقدار انرژی است که در مقاومت به انرژی گرمایی تبدیل شده است. پس رابطه بالا چیزی جز پایستگی انرژی نیست و انرژی تأمین شده توسط باتری آرمانی به صورت انرژی گرمایی در مقاومت ظاهر شده است.

تمرین ۵-۲ (صفحه ۷۱)

الف) مقاومتها به طور متوالی بسته شده‌اند. بنابراین برای مقاومت معادل مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 داریم:

$$\begin{aligned} R_{123} &= R_1 + R_2 + R_3 \\ &= 3/0\Omega + 6/0\Omega + R_3 = 13/0\Omega \end{aligned}$$

در نتیجه $R_3 = 4/0\Omega$ می‌شود.

ب) برای جریان I (که همان جریانی است که آمپرسنج نشان می‌دهد) داریم:

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{R_{123}+r} = \frac{7/0\text{V}}{13/0\Omega+1/0\Omega} \\ &= 0/50\text{A} \end{aligned}$$

پ) گرچه در متن درس نشان دادیم، دوباره می‌خواهیم رابطه $P = I\Delta V$ استفاده کنیم. از طرفی اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری واقعی از رابطه $\Delta V = \mathcal{E} - Ir$ به دست می‌آید. بنابراین برای توان خروجی باتری داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = I(\mathcal{E} - Ir) = \mathcal{E}I - rI^2$$

که در اینجا چنین می‌شود:

$$\begin{aligned} P_{\text{خروجی}} &= (7/0\text{V})(0/50\text{A}) - (1/0\Omega)(0/50\text{A})^2 \\ &= 3/25\text{W} \end{aligned}$$

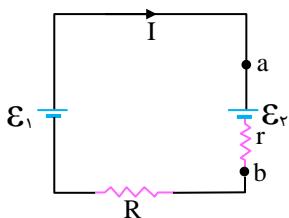
از طرفی برای توانهای مصرفی در مقاومت‌های R_1 , R_2 و R_3 داریم

$$P_{\text{مصرفی}} = I^2(R_1 + R_2 + R_3) = I^2R_{123}$$

$$= (0.5A)^2(13/0\Omega) = 3.25W$$

توجه کنید که در حل چنین مسائلی از گرد کردن و به کارگیری محاسبات رقم‌های باعثنا در نتیجه نهایی می‌پرهیزیم تا بتوان پاسخ‌های نهایی را به دقت مقایسه کرد.

تبصره. توجه کنید رابطه‌ای که برای توان مصرفی باتری به دست آورده‌یم، برای تمام باتری‌ها در هر مداری برقرار نیست. مثلاً مدار شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن $E_1 > E_2$ است و بنابراین جریان در جهت نشان داده شده است:



در این صورت توان باتری ۲ از رابطه‌ای که در حل مسئله به دست آورده‌یم، به دست نمی‌آید؛ زیرا اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۲ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta V = E_2 - Ir$$

البته برای محاسبه توان باتری ۲ باید $V_a - V_b$ را در نظر گرفت و بنابراین رابطه $P = I(\Delta V - Ir)$ تبدیل می‌شود و قدر مطلق آن همان توان ورودی به باتری ۲ است:

$$P_{\text{ورودی}} = |P| = E_2 I + rI^2$$

پرسش ۲-۳ (صفحه ۷۲)

در نقطه انشعاب نشان داده شده، جریان‌های I_1 , I_2 , I_3 و I_4 وارد می‌شوند، در حالی که جریان I_5 خارج می‌گردد. بنابراین $I_1 + I_3 + I_4 = I_2$

که آن را می‌توان (آن‌طور که در بسیاری از کتاب‌ها مرسوم است) به صورت زیر نیز نوشت:

$$I_1 - I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

فعالیت ۹-۲ (صفحه ۷۳)

این فعالیتی است که برای آزمودن قاعدة انشعاب در مدارها مطرح شده است.

تمرین ۶-۲ (صفحه ۷۴)

الف) توجه کنید $1/6\Omega$ مقاومت معادل مقاومت‌های R_1 , R_2 و R_3 است. این سه مقاومت به طور موازی بسته شده‌اند و برای مقاومت معادل آن‌ها داریم

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{1/6\Omega} = \frac{1}{3/0\Omega} + \frac{1}{2/0\Omega} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2/0\Omega} + \frac{1}{R_3}$$

از آنجا داریم

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{1/6\Omega} - \frac{1}{2/0\Omega} = \frac{2/0\Omega - 1/6\Omega}{(1/6\Omega)(2/0\Omega)}$$

$$= \frac{1/4\cdot\Omega}{2/2\Omega} = 1/125\Omega^{-1}$$

و در نتیجه $R_{eq} = 125\Omega$ می‌شود.

ب) مقاومت معادل مقاومت‌های R_1 , R_2 و R_3 با مقاومت r متواالی هستند و بنابراین مقاومت معادل کل مقاومت‌های مدار (که شامل مقاومت باتری نیز می‌شود) برابر است با

$$R_{eq} = R_{123} + r = 1/6\Omega + 1/0\Omega = 2/6\Omega$$

بنابراین جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر است با

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{3/0V}{2/6\Omega} \approx 1/2A$$

ولی توجه کنید در حل قسمت پ به جای I از کسر $\frac{3/0V}{2/6\Omega}$ استفاده خواهیم کرد، زیرا در چنین محاسباتی مجاز به گرد کردن داده‌ها نیستیم.

پ) با استفاده از رابطه (۱۱-۲) توان خروجی باتری واقعی را به دست می‌آوریم (و نیز نگاه کنید به حل تمرین ۲):

$$\begin{aligned} P_{خروجی} &= EI - rI^2 \\ &= (3/0V)\left(\frac{3/0V}{2/6\Omega}\right) - (1/0\Omega)\left(\frac{3/0V}{2/6\Omega}\right)^2 \\ &= 2/130W \end{aligned}$$

از طرفی، مجموع مقاومت‌های مصرفی در مقاومت‌ها برابر است با

$$P_{مصرفی} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

اما می‌دانیم ولتاژ مقاومت‌های موازی با هم برابر است. این ولتاژ برابر با حاصلضرب جریان عبوری از مدار در مقاومت معادل R_{123} است:

$$V_1 = V_2 = V_3 = IR_{123}$$

در نتیجه برای توان مصرفی داریم

$$\begin{aligned} P_{مصرفی} &= (IR_{123})^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = (IR_{123})^2 \left(\frac{1}{R_{123}} \right) \\ &= I^2 R_{123} = \left(\frac{3/0V}{2/6\Omega} \right)^2 (1/6\Omega) = 2/130W \end{aligned}$$

تمرین ۲-۷ (صفحه ۷۶)

الف) مقاومت‌های R_1 و R_2 متواالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها را R_{12} می‌نامیم. همین‌طور مقاومت‌های R_4 و R_5 متواالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها را R_{45} می‌نامیم. پس اکنون مقاومت‌های R_{12} , R_3 و R_{45} موازی‌اند. بنابراین برای مقاومت کل مدار بین نقطه‌های F و H داریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{eq}} &= \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}} \\ &= \frac{1}{1/0\Omega + 1/0\Omega} + \frac{1}{1/0\Omega} + \frac{1}{1/0\Omega + 1/0\Omega} \\ &= \frac{2}{1/0\Omega} = 0/250\Omega^{-1} \end{aligned}$$

و در نتیجه

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{250\Omega} + \frac{1}{R}} = 400\Omega$$

تبصره. با توجه به این که در این تمرین مقاومت‌ها با هم برابرند، ساده‌تر آن بود که مسئله را به شکل پارامتری حل کنیم.

$$R_{12} = R + R = 2R \quad \text{و} \quad R_3 = R \quad \text{و} \quad R_{45} = R + R = 2R$$

و از آنجا

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{4}{2R} = \frac{2}{R}$$

بنابراین $R_{eq} = R/2 = 400\Omega$ می‌شود.

ب) اکنون مانند قسمت الف، R_1 و R_2 متواالی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها نیز با R_4 موازی است. ولی در اینجا مقاومت معادل این سه مقاومت با مقاومت R_5 متواالی و مقاومت معادل کل آن‌ها با مقاومت R_4 موازی است. بنابراین برای مقاومت معادل کل داریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{1235}} \quad (1)$$

که در آن R_{1235} خود برابر است با

$$R_{1235} = R_{122} + R_5 \quad (2)$$

و R_{123} خود از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{R_{122}} = \frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{800\Omega + 800\Omega} + \frac{1}{800\Omega} = \frac{3}{1600\Omega}$$

در نتیجه

$$R_{123} = \frac{1600\Omega}{3} = 533\Omega$$

اکنون با استفاده از رابطه (2) داریم:

$$R_{1235} = 533\Omega + 800\Omega = 1333\Omega$$

که قرار دادن آن در رابطه (1)، چنین به دست می‌دهد:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{800\Omega} + \frac{1}{1333\Omega} = 0.200\Omega^{-1}$$

و در نتیجه R_{eq} چنین می‌شود:

$$R_{eq} = \frac{1}{0.200\Omega^{-1}} = 500\Omega$$

تبصره. با توجه به این که در این تمرین مقاومت‌ها با هم برابرند، می‌توانستیم به طور ساده‌تری، به روش پارامتری نیز مسئله را حل کنیم:

$$R_{12} = R + R = 2R \quad \text{و} \quad \frac{1}{R_{122}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{2R} \Rightarrow R_{122} = \frac{2R}{3}$$

$$R_{1235} = \frac{2R}{3} + R = \frac{5R}{3}$$

در نتیجه

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{(5R/3)} + \frac{1}{R} = \frac{8}{5R}$$

در نتیجه $R_{eq} = 5R/8$ و یا به عبارتی $R_{eq} = 5/800\Omega = 625\Omega$ می‌شود.

پرسش و تمرین‌های فصل ۲

۱. پاسخ درست، شکل (پ) است. فقط شکل (پ) است که مسیری را برای جریان ایجاد می‌کند. یک باتری منبع انرژی‌ای نیست که مثلاً یک محل مورد نیاز انرژی را پر کند.

۲. با استفاده از رابطه $V/I = R$ ، جریان عبوری از لامپ را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{4.0V}{5.0\Omega} = 0.80A$$

در مدت ۵ دقیقه، باری که از مدار می‌گذرد برابر است با

$$\begin{aligned}\Delta q &= I(\Delta t) = (0.80A)(5 \times 60s) \\ &= 240C = 2/4 \times 10^2C\end{aligned}$$

از آنجایی که $q = ne$ و $e = 1.60 \times 10^{-19}C$ است، تعداد الکترون عبوری از لامپ چنین می‌شود:

$$n = \frac{\Delta q}{e} = \frac{2/4 \times 10^2C}{1.60 \times 10^{-19}C/\text{الکترون}} = 1/5 \times 10^{21}$$

۳. همان‌طور که در شکل مشخص است، در وضعیت شکل (الف) جریان از طریق بدن عبور می‌کند و در صورتی که شخص به طریقی به زمین متصل باشد دچار شوک و احتمالاً برق‌گرفتگی می‌شود. در حالی که در وضعیت شکل (ب)، جریان از طریق سیم اتصال زمین (که معمولاً به لوله آب سرد متصل است)، به زمین می‌رود. به عبارتی، علاوه بر سیمهای موسوم به فاز و نول، سیم متصل به زمینی نیز وجود دارد. بنابراین در وضعیت شکل (ب) برخلاف شکل (الف) دچار شوک و احتمالاً برق‌گرفتگی نمی‌شویم، زیرا سیم اتصال به زمین یک مسیر کم مقاومت بین سطح خارجی و سیله و زمین را ایجاد می‌کند.

۴. (الف) از رابطه $\Delta U = q\Delta V$ داریم

$$q = \frac{\Delta U}{\Delta V} = \frac{1/0 \times 10^9 J}{5/0 \times 10^7 V} = 20C$$

(ب) اکنون با استفاده از رابطه $I = \Delta q / \Delta t$ ، جریان را می‌یابیم

$$I = \frac{20C}{0.2s} = 100A = 1/0 \times 10^2A$$

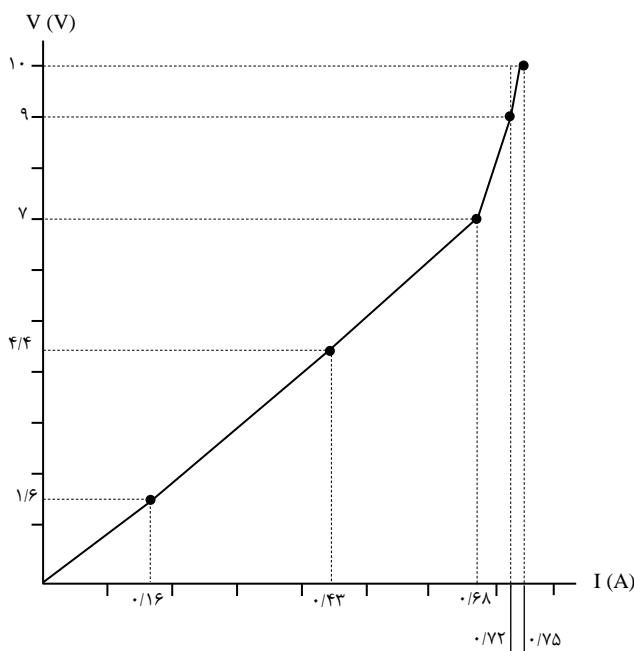
(پ) با توجه به اینکه $P = U/t$ است، برای توان الکتریکی آزاده شده داریم

$$P = \frac{1/0 \times 10^9 J}{0.2s} = 5/0 \times 10^9 W = 5/0 GW$$

همچنین می‌توانستیم از رابطه $P = I\Delta V$ استفاده کنیم:

$$P = I\Delta V = (100A)(5/0 \times 10^7 V) = 5/0 GW$$

۵. در رسم نمودارها، به دانش‌آموزان گوشزد کنید که نباید لزوماً محورهای افقی و قائم، به یک مقیاس باشند و بسته به داده‌های هر محور، بازه‌های مورد نظر را برای آن محور رسم کنید. در هر حال، به نموداری مشابه نمودار زیر می‌رسیم:



همان طور که می بینیم تا انتهای بازه سوم تقریباً از قانون اهم پیروی می کند و از آن به بعد خیر.

۶. به نسبت I/V ، رسانندگی الکتریکی می گویند که وارون مقاومت الکتریکی است. اگر در ولتاژ یکسان (با رسم خطی عمودی) به جریان رساناهای A و B نگاه کنیم، در می یابیم که جریان رسانای B بیشتر است. بنابراین نسبت I/V برای رسانای B بزرگ‌تر است. به عبارتی، رسانندگی B بیشتر از A و مقاومت الکتریکی آن کمتر از A است.

۷. مقاومت رسانا با استفاده از رابطه $R = \rho L/A$ به دست می آید. اگر شعاع مقطع را با r و قطر را با d مشخص کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} R_A &= \rho \frac{L}{\pi r_A^2} = \rho \frac{L}{\pi d_A^2 / 4} = \rho \frac{4\rho L}{\pi d_A^2} \\ &= \frac{4\rho L}{\pi (1/\text{mm})^2} \end{aligned}$$

۹

$$\begin{aligned} R_B &= \rho \frac{L}{\pi \Delta r_B^2} = \frac{\rho L}{\pi [(r/1\text{mm})^2 - (1/1\text{mm})^2]} \\ &= \frac{\rho L}{\pi (r^2/1\text{mm}^2)} \end{aligned}$$

و از آنجا

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{4\rho L}{\rho L/r^2} = 12$$

۸. با استفاده از رابطه $R = \rho L/A$ مسئله را حل می کنیم. همچنین برای مساحت مقطع A داریم $A = \pi d^2 / 4$ که d قطر سیم است.

الف) نخست مساحت مقطع A را محاسبه می کنیم:

$$A = \pi d^2 / 4 = \pi (\lambda \times 10^{-4} \text{m})^2 / 4 = 5/0.3 \times 10^{-4} \text{m}^2$$

و در نتیجه

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1/\gamma \times 10^{-8} \Omega \cdot m) \frac{\gamma \cdot m}{\delta / 0.3 \times 10^{-8} m^2}$$

$$= 1/0 \Omega$$

که با توجه به اینکه قطر با یک رقم بامتنا داده شده است باید پاسخ به صورت 1Ω بیان شود.

ب) اکنون مساحت مقطع A چنین می‌شود:

$$A = \pi d^2 / 4 = \pi (13 \times 10^{-4} m)^2 / 4 = 1/327 \times 10^{-6} m^2$$

و در نتیجه

$$R = \rho L/A = (1/69 \times 10^{-8} \Omega \cdot m) \frac{(\gamma \cdot m)}{1/327 \times 10^{-6} m^2}$$

$$= 0/90 \Omega$$

۹. نخست رابطه $R = R_0(1 + \alpha \Delta T)$ را اثبات می‌کنیم. این رابطه در متن درس بدون اثبات آمده است. از رابطه $R = \rho L/A$:

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\rho L/A}{\rho_0 L/A} = \frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \alpha \Delta T$$

از آنجا برای R داریم:

$$R = \frac{R_0}{1 + \alpha \Delta T} = \frac{44 \Omega}{1 + (4/0 \times 10^{-4} \cdot C^{-1})(118 \cdot C)}$$

$$= 29/89 \Omega \approx 30 \Omega$$

که در آن برای ضریب دمایی مقاومت ویژه نیکروم از جدول ۲-۲ استفاده کردیم.

۱۰. گلوله‌ها از ارتفاع مثلاً h بالای کف شروع به حرکت می‌کنند و آن‌ها تحت تأثیر نیروی گرانشی، در فاصله بین برخورد با میخ‌ها شتاب می‌گیرند. میخ‌ها مشابه یون‌های شبکه اتمی هستند. در حین برخوردها، گلوله‌ها انرژی جنبشی به دست آمده در بین برخوردها را به میخ‌ها منتقل می‌کنند. چون برخوردها خیلی زیادند، گلوله‌ها یک سرعت سوق کوچک و نسبتاً ثابتی خواهند داشت. وقتی گلوله‌ها به پایین می‌رسند، یکی مانند شکل سمت راست، آن‌ها را تا ارتفاع اولیه بالا می‌آورد. بالا آوردن هر گلوله، مشابه همان کاری است که یک منبع emf در مداری الکتریکی انجام می‌دهد.

۱۱. آنچه برای روشن شدن خودرو و استارت خوردن آن لازم است، جریان است که البته باید مقدار زیادی هم باشد. باتری‌های قلمی، مقاومت داخلی زیادی دارند و بنابراین این مانع از برقراری جریان لازم می‌شود. به عبارت دیگر، با اینکه نیروی محرکه مجموعه باتری‌ها همان $12V$ است، ولی به دلیل افزایش مقاومت داخلی، جریان عبوری کاهش می‌یابد و نمی‌تواند جریان بزرگ لازم برای استارت خوردن خودرو را تأمین کند.

۱۲. در هنگام اتصال مقاومت به باتری داریم:

$$\epsilon - Ir - IR = 0$$

بنا به فرض، $\epsilon = 10/9 V$ است. از اینجا، با توجه به اینکه R را داریم، جریان عبوری I را به دست می‌آوریم:

$$10/9 V - I (10/0 \Omega) = 0$$

و در نتیجه

$$I = 1/0.9 A$$

حال با توجه به اینکه $E = 12/0\text{V}$ است، داریم:

$$(12/0\text{V}) - (1/0.9\text{A})r - (1/0.9\text{A})(10/0\Omega) = 0$$

از اینجا r چنین می‌شود:

$$r = \frac{12/0\text{V}}{1/0.9\text{A}} - 10/0\Omega = 1/0\Omega$$

۱۳. حلقه را به طور پاد ساعتگرد از نقطه A می‌پیماییم و جریان را نیز به طور پاد ساعتگرد در نظر می‌گیریم (اگر این فرض نادرست باشد، علامت I منفی به دست می‌آید):

$$V_A - IR_1 + E_1 - Ir_1 - IR_f - IR_r - Ir_r - E_r - IR_r - E_r = V_A$$

$$\Rightarrow -I(R_1 + r_1 + R_f + R_r + r_r + R_r) + E_1 - E_r - E_r = 0$$

و در نتیجه

$$\begin{aligned} I &= \frac{E_1 - E_r - E_r}{R_1 + r_1 + R_f + R_r + r_r + R_r} \\ &= \frac{14V - 2/0\text{V} - 4/0\text{V}}{4/0\Omega + 1/0\Omega + 2/0\Omega + 1/5\Omega + 1/5\Omega + 3/0\Omega} \\ &\approx 0.67\text{A} \end{aligned}$$

اکنون برای محاسبه اختلاف پتانسیل $V_B - V_A$ ، از A به سمت B حرکت می‌کنیم. اگر از شاخه بالایی حرکت کنیم، داریم:

$$V_A + E_r + IR_r + E_r + Ir_r = V_B$$

و از آنجا

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= E_r + E_r + I(R_r + r_r) \\ &= 2/0\text{V} + 4/0\text{V} + (0.67\text{A})(3/0\Omega + 1/5\Omega) \\ &\approx 8/3\text{V} \end{aligned}$$

خوب است همین نتیجه را با پیمودن مسیر شاخه پایینی نیز وارسی کنیم:

$$V_A - IR_1 + E_1 - Ir_1 - IR_f - IR_r = V_B$$

و از آنجا

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= -I(R_1 + r_1 + R_f + R_r) + E_1 \\ &= -(0.67\text{A})(4/0\Omega + 1/0\Omega + 2/0\Omega + 1/5\Omega) + 14\text{V} \\ &= 8/3\text{V} \end{aligned}$$

۱۴. به این منظور، نخست جریان را در مدار به دست می‌آوریم: با حرکت ساعتگرد از نقطه A و بازگشت به آن (با در نظر گرفتن جریان به طور ساعتگرد) خواهیم داشت:

$$V_A + E_1 - Ir_1 - IR - Ir_r - E_r = V_A$$

در نتیجه جریان I چنین می‌شود:

$$I = \frac{E_1 - E_r}{r_1 + r_r + R} = \frac{6/0\text{V} - 3/0\text{V}}{1/5\Omega + 1/0\Omega + 1/5\Omega} = 1/0\text{A}$$

بنابراین، جهت جریان، واقعاً ساعتگرد است.

اکنون اگر سر سمت راست منبع ۱ را B و سر سمت راست منبع ۲ را E (نقطه زمین) بنامیم، برای منبع ۱ داریم:

$$V_A + \mathcal{E}_1 - Ir_1 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = \mathcal{E}_1 - Ir_1$$

و در نتیجه

$$V_B - V_A = \mathcal{E} / \cdot V - (1 / \cdot A) (\cdot / 5 \cdot \Omega) = 5 / 5 V$$

و برای منبع ۲

$$V_A + \mathcal{E}_2 + r_2 I = V_E \Rightarrow V_E - V_A = \mathcal{E}_2 + Ir_2$$

و در نتیجه

$$V_E - V_A = 3 / \cdot V + (1 / \cdot A) (1 / \cdot \Omega) = 4 / \cdot V$$

ب) برای محاسبه V_A ، معادله اختلاف پتانسیل‌ها را بین نقطه‌های A و E (زمین) می‌نویسیم:

$$V_A + \mathcal{E}_1 - Ir_1 - IR = V_E = \cdot$$

در نتیجه

$$V_A = -I(r_1 + R) - \mathcal{E}_1 = (1 / \cdot A) (\cdot / 5 \cdot \Omega + 1 / 5 \Omega) - 6 / \cdot V = -4 / \cdot V$$

خوب است از مسیر شاخه پایین هم، همین موضوع را بررسی کنیم:

$$V_A + \mathcal{E}_2 + Ir_2 = V_E = \cdot$$

و در نتیجه

$$\begin{aligned} V_A &= -\mathcal{E}_2 - Ir_2 = -3 / \cdot V - (1 / \cdot A) (1 / \cdot \Omega) \\ &= -4 / \cdot V \end{aligned}$$

۱۵ لامپ B پرنورتر خواهد بود. با توجه به اینکه ولتاژ هر دو لامپ با توجه به رابطه $|V| = P / \text{صرفی}$ فقط به جریان عبوری از آن بستگی دارد. رشتہ (فیلامن) ضخیم‌تر، با توجه به رابطه $R = \rho L / A$ ، مقاومت کمتری در برابر عبور جریان از خود نشان می‌دهد. بنابراین، لامپ B که رشتہ آن ضخیم‌تر است، دارای رشتہ‌ای با مقاومت کمتر است و جریان بیشتری از آن می‌گذرد و در نتیجه انرژی مصرفی آن در واحد زمان بیشتر و روشن‌تر خواهد بود.

۱۶ الف) از رابطه $|V| = P / \text{صرفی}$ برای توان مصرفی استفاده می‌کنیم. برای اتو داریم $P = 85 \cdot W$ و $V = 220 \cdot V$ ، و در

نتیجه

$$|I| = \frac{P}{|V|} = \frac{85 \cdot W}{220 \cdot V} = 3 / 86 A$$

و برای کتری $P = 240 \cdot W$ و $V = 220 \cdot V$ داده شده است و در نتیجه

$$|I| = \frac{P}{|V|} = \frac{240 \cdot W}{220 \cdot V} = 10 / 9 A$$

ب) می‌توانیم از رابطه‌های $P = V^2 / R$ و $I^2 R = P$ استفاده کنیم. چون مقادیر جریان را گرد کرده‌ایم، بهتر است از رابطه $P = V^2 / R$ استفاده کنیم. به ترتیب برای اتو و کتری داریم:

$$R_{\text{اتو}} = \frac{V^2}{P} = \frac{(220 \cdot V)^2}{85 \cdot W} = 56 / 9 \Omega$$

$$R_{\text{کتری}} = \frac{V^2}{P} = \frac{(220 \cdot V)^2}{240 \cdot W} = 20 / 2 \Omega$$

۱۷ با استفاده از رابطه $[1 + \alpha(T - T_0)] \cdot R = R_0$ ، دمای T را محاسبه می‌کنیم:

$$T = T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0}$$

در این رابطه به جای R از رابطه $R = V/I$ ، قرار می‌دهیم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{2/9V}{0.30A} = 9/67\Omega \approx 9/7\Omega$$

حال با توجه به اینکه $T = 20^\circ\text{C}$, $R_0 = 1/\Omega$ و ضریب دمایی مقاومت ویژه تنگستن برابر $4/5 \times 10^{-3}^\circ\text{C}^{-1}$ است، برای دمای رشتۀ لامپ خواهیم داشت:

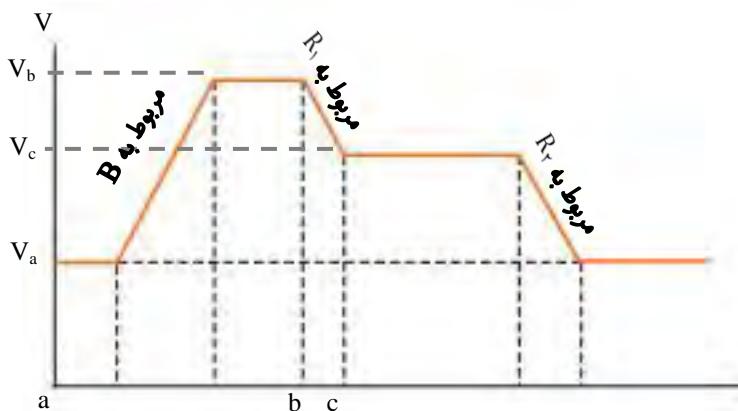
$$T = 20^\circ\text{C} + \frac{9/67\Omega - 1/\Omega}{(4/5 \times 10^{-3}^\circ\text{C}^{-1})(1/\Omega)} \\ = 1/75 \times 10^\circ\text{C} \approx 1/8 \times 10^\circ\text{C}$$

که معادل مقدار قابل توجه 1800°C است.

۱۸. الف) چون جریان به طور پاد ساعتگرد حرکت می‌کند، قطب منفی، پایانه سمت چپ و قطب مثبت، پایانه سمت راست جعبه B است. به عبارتی، نیروی محرکه الکتریکی که آن را در بسیاری از کتاب‌ها با پیکانهای مشخص می‌کنند، از سمت چپ به سمت راست خواهد بود.

ب) بدیهی است جریان در نقطه‌های a, b و c یکسان است.

پ) می‌دانیم اگر از مقاومت R هم‌سو با جریان I عبور کنیم، پتانسیل به اندازه IR کم می‌شود. در عبور از مقاومت R_1 در می‌یابیم $V_a < V_b < V_c$ و در عبور از مقاومت R_2 در می‌یابیم $V_c < V_b < V_a$. به عبارتی اگر این مدار را باز کنیم و آن را بر روی خط راستی نشان دهیم، نمودار پتانسیل الکتریکی چنین خواهد شد:



ت) با توجه به رابطه $U = qV$ و مثبت بودن بار q ، انرژی پتانسیل الکتریکی متناسب با پتانسیل الکتریکی است. بنابراین داریم:

$$U_b > U_c > U_a$$

۱۹. الف) از رابطه $U = Pt$ استفاده می‌کنیم. توانهای مصرفی، بستگی به نوع لامپ یا تلویزیون دارد. لامپ‌های رشتۀ‌ای قدیمی معمولاً 100W هستند، در حالی که لامپ‌های کم‌صرف توان مصرفی کمتری دارند. همچنین تلویزیون‌های لامپی قدیمی توان مصرفی بیشتری از تلویزیون‌های جدید دارند. برای همین، در اینجا صرفاً برای یک لامپ 100W مسئله را حل می‌کنیم تا روش حل چنین مسائلی را دریابید. (در این حل فرض کرده‌ایم ۸ ساعت که در صورت مسئله آمده، دقیق و بدون خطاست.)

$$U = Pt = (100\text{W})(30\text{روز})(\frac{8\text{ ساعت}}{\text{روز}}) = 24000\text{Wh} \\ = 24\text{kWh}$$

ب) بهای برق مصرفی چنین می‌شود:

$$\text{بهای} = (24\text{kWh})(50\frac{\text{تومان}}{\text{kWh}}) = 1200\text{ تومان}$$

پ) در اینجا باید تعداد خانه‌های شهر خود را تخمین بزنید. مثلاً در سرشماری سال ۱۳۹۵، جمعیت تهران حدود ۱۲ میلیون و پانصد هزار نفر به دست آمد. حال اگر فرض کنیم هر خانوار تهرانی به طور متوسط جمعیتی برابر ۵ نفر داشته باشد، می‌توانیم تعداد خانه‌های شهر تهران را حدود ۲ میلیون و پانصد هزار به دست آوریم، بنابراین خواهیم داشت:

$$U = (100W)(\frac{2/5 \times 10^6}{30}) = 2/25 \times 10^{10} Wh = 2/25 \times 10^7 kWh$$

۲۰. الف) ولتاژ دو سر منبع نیروی محرکه الکتریکی از رابطه $\Delta V = P/I - \epsilon$ به دست می‌آید و از طرفی $\Delta V = P/I$ است. با برابر قرار دادن طرفهای راست این دو معادله خواهیم داشت:

$$\epsilon - Ir = P/I$$

در نتیجه می‌توانیم دستگاه معادلات زیر را تشکیل دهیم:

$$\begin{cases} \epsilon - I_1 r = P_1/I_1 \\ \epsilon - I_2 r = P_2/I_2 \end{cases}$$

از آنجا مقاومت داخلی r را به دست می‌آوریم:

$$r = \frac{P_1/I_1 - P_2/I_2}{I_2 - I_1} = \frac{\frac{9/5 \cdot W}{5/..A} - \frac{12/6 \cdot W}{7/..A}}{7/..A - 5/..A} = 5/..0 \times 10^{-2} \Omega$$

و اکنون با دانستن ϵ ، نیروی محرکه الکتریکی منبع، چنین می‌شود:

$$\begin{aligned} \epsilon &= I_1 r + \frac{P_1}{I_1} \\ &= (5/..0 A) (5/..0 \times 10^{-2} \Omega) + \frac{9/5 \cdot W}{5/..0 A} \\ &= 2/15 V \end{aligned}$$

ب) به این پرسش، بیشتر در فعالیت ۶-۲ نیز پرداختیم. اختلاف پتانسیل دو سر منبع نیروی محرکه الکتریکی از رابطه $\Delta V = Ir - \epsilon$ به دست می‌آید. تا وقتی که جریانی از مدار عبور نکند، ولتاژ دو سر منبع برابر با نیروی محرکه است و هرچه جریان عبوری بیشتر شود، افت پتانسیل Ir نیز بیشتر و اختلاف پتانسیل دو سر منبع کوچک‌تر می‌شود. در هر حال، شکلی شبیه شکل روبرو برای نمودار ΔV بر حسب I خواهیم داشت. همان‌طور که در فعالیت ۶-۴ اشاره کردیم مقاومت داخلی منبع نیروی محرکه برابر با نسبت نیروی محرکه به جریان بیشینه می‌شود.

۲۱. وقتی لامپی می‌سوزد، به معنی آن است که اتصال در آن قسمت از مدار قطع می‌شود. اگر لامپ‌ها به طور متوالی بسته شده باشند، قطع مدار در هر قسمت از مدار موجب قطع جریان در کل مدار و خاموش شدن همه لامپ‌ها می‌شود. به همین دلیل است که چراغ‌های خودرو به طور موازی بسته می‌شود تا با سوختن یک لامپ، همه لامپ‌ها خاموش نشوند. البته این تنها دلیل

نیست. اتصال موازی باعث می شود که بیشترین روشنایی حاصل شود. زیرا در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر همه لامپها یکسان است، در حالی که در اتصال متواالی، این اختلاف پتانسیل به نسبت مقاومت هر لامپ تقسیم می شود.

۲۲. آمپرسنج جریان عبوری از خود را اندازه می گیرد. به همین دلیل، آن را با بخشی از مدار که می خواهیم جریان عبوری از آن را اندازه بگیریم به طور متواالی می بندیم. بنابراین، برای آن که با اضافه شدن آمپرسنج به مدار، مقاومت مدار تغییر قابل ملاحظه ای پیدا نکند تا بر جریان عبوری تأثیر بگذارد، مقاومت آمپرسنج باید کوچک باشد.

۲۳. مجموع جریان های ورودی برابر $11A = 11A - 3A = 8A$ و مجموع جریان های خروجی برابر است. بنابراین، بزرگی جریان I در سیم پایین برابر با $2A + 3A + 4A = 11A$ و جهت آن به سمت راست است.

۲۴. هر چه کلیدهای بیشتری بسته شود، مقاومتهای موازی بیشتری وارد مدار می شود. با افزایش تعداد شاخهای موازی، مقاومت مدار کم و در نتیجه جریان عبوری طبق رابطه $I/(R+r) = V/\epsilon$ زیاد می شود. از طرفی، طبق رابطه $V = Ir$ این امر موجب کاهش اختلاف پتانسیل می شود. پس نتیجه می گیریم با بسته شدن کلیدهای بیشتر، آمپرسنج عددی بزرگ تر و ولتسنج عددی کوچک تر را نشان می دهد.

۲۵. توان مصرفی را با استفاده از رابطه $P = V^2/R$ مصرفی به دست می آوریم. اکنون کافی است مقاومت معادل را در دو حالت متواالی و موازی مقایسه کنیم. در حالت متواالی $R_{eq} = R/2$ و در حالت موازی $R'_{eq} = 2R$ می شود. بنابراین داریم:

$$\frac{P_{موازی}}{P_{متواالی}} = \frac{V^2/R_{eq}}{V^2/R'_{eq}} = \frac{R'_{eq}}{R_{eq}} = \frac{2R}{R/2} = 4$$

۲۶. همان طور که در متن درس اشاره شده است، بستن متواالی به معنای بسته شدن مقاومتها یکی پس از دیگری است، به طوری که هیچ انشعابی بین آن ها وجود نداشته باشد، و بستن موازی به معنای آن است که یک سر مقاومتها مستقیماً به یکدیگر و سر دیگر آن ها نیز مستقیماً به هم وصل شده باشد و اختلاف پتانسیل یکسانی به دو سر این مقاومتها اعمال شده است. با این تعاریف واضح است که در شکل الف مقاومتها به طور متواالی بسته شده اند، در حالی که در شکل های ب و پ مقاومتها به طور موازی بسته شده اند. همچنین اگر بررسی کنید هیچ کدام از این تعاریف برای شکل (ت) برقرار نیست و در این مدار، مقاومتها نه متواالی هستند و نه موازی.

۲۷. الف) اگر حلقه را از نقطه A به طور ساعتگرد دور بزنیم، خواهیم داشت:

$$V_A - IR_1 + \epsilon_1 - Ir_1 - IR_2 - Ir_2 - \epsilon_2 = V_B$$

از اینجا ϵ_2 را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= IR_1 + Ir_1 + IR_2 + Ir_2 + \epsilon_2 \\ &= I(R_1 + r_1 + R_2 + r_2) + \epsilon_2 \\ &= (1/2A)(2/0\Omega + 0/50\Omega + 1/0\Omega) + 12V = 18V \end{aligned}$$

برای محاسبه $V_A - V_B$ ، مسیر A → B را در شاخه بالا در جهت جریان طی می کنیم:

$$V_A - IR_1 + \epsilon_1 - Ir_1 - IR_2 = V_B$$

در نتیجه

$$\begin{aligned} V_A - V_B &= I(R_1 + r_\gamma + R_\gamma) - \mathcal{E}_\gamma \\ &= (1/2A)(2/0\Omega + 0/5\Omega + 1/5\Omega) - 18V \\ &= -13/2V \end{aligned}$$

خوب است همین نتیجه را با پیمودن شاخه پایین نیز وارسی کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$V_A + \mathcal{E}_1 + Ir_1 = V_B$$

و در نتیجه

$$V_A - V_B = -\mathcal{E}_1 - Ir_1 = -12V - (1/2A)(1/0\Omega) = -13/2V$$

ب) انرژی مصرف شده در هریک از مقاومت های R_1 و R_2 را می توانیم با استفاده از معادله ۹-۲ به دست آوریم. با توجه به اینکه $U = Pt$ است، داریم:

$$U = Pt = (RI')t$$

بنابراین

$$U_1 = (R_1)(I')t = (2/0\Omega)(1/2A)(5/0s) = 14/4J \approx 14J$$

$$U_\gamma = (R_\gamma)(I')t = (1/5\Omega)(1/2A)(5/0s) = 10/8J \approx 11J$$

و مجموع این دو انرژی $J = 25/2J \approx 25$ می شود. $U = U_1 + U_\gamma$

۲۸ در حالت متوالی می دانیم جریان عبوری از همه مقاومت ها یکسان است. از طرفی، مقاومت معادل برابر است با

$$R_{eq} = 3R_1 = 3(12\Omega) = 36\Omega$$

و در نتیجه جریان عبوری از همه مقاومت ها چنین می شود:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12V}{36\Omega} = 0.33A$$

در حالت موازی، چون مقاومت ها یکسان اند، مقاومت معادل برابر است با

$$R_{eq} = \frac{R_1}{3} = \frac{12\Omega}{3} = 4/\Omega$$

اکنون می توانیم جریان کل را به دست آوریم:

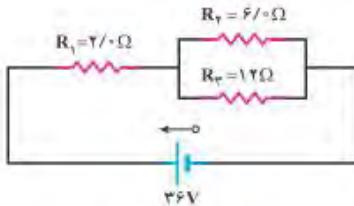
$$I_t = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12V}{4/\Omega} = 3/\cdot A$$

این جریان، در هر سه شاخه موازی به طور مساوی تقسیم می شود. بنابراین جریان عبوری از هر مقاومت $A = 1/0A$ می شود.

تبصره. راه دیگر آن بود که جریان را برای هر مقاومت از رابطه $I = V/R$ به دست آوریم و توجه کنیم که با توجه به موازی بودن مقاومت ها، ولتاژ آن ها برابر است:

$$I_t = I_1 = I_\gamma = \frac{V}{R} = \frac{12V}{12\Omega} = 1/\cdot A$$

۲۹ توان مصرفی را از رابطه $P = V^2/R$ به دست می آوریم که در آن V اختلاف پتانسیل است. پس کافی است اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت Ω را محاسبه کنیم. به این منظور، شکل مسئله را چنین رسم می کنیم:



برای محاسبه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت Ω باید نخست جریان کل را محاسبه کنیم. برای محاسبه جریان کل، به مقاومت معادل نیاز داریم:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= R_1 + R_{23} = R_1 + \frac{R_r R_{23}}{R_r + R_{23}} \\ &= 2/0\Omega + \frac{(6/0\Omega)(12\Omega)}{(6/0\Omega + 12\Omega)} = 2/0\Omega + 4/0\Omega \\ &= 6/0\Omega \end{aligned}$$

و در نتیجه

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{6V}{6/0\Omega} = 6/0A$$

اکنون می‌توانیم اختلاف پتانسیل دو سر R_{23} را، که همان اختلاف پتانسیل دو سر R_2 است، به دست آوریم:

$$\begin{aligned} V_r = V_{23} &= I_t R_{23} = (6/0A)(4/0\Omega) \\ &= 24V \end{aligned}$$

حال می‌توانیم توان مصرفی در مقاومت Ω را به دست آوریم:

$$P_{\text{صرفی}} = \frac{V_r^2}{R_r} = \frac{(24V)^2}{6/0\Omega} = 96W$$

۳۰. مقاومت $4/0\Omega$ را با R_1 ، مقاومت $3/0\Omega$ را با R_2 و مقاومت $6/0\Omega$ را با R_3 نمایش می‌دهیم. نخست، مقاومت معادل این مجموعه را به دست می‌آوریم. توجه کنید که مقاومتهای R_2 و R_3 با هم موازی و مقاومت معادل آنها با مقاومت R_1 متواالی است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= \frac{R_r R_{23}}{R_r + R_{23}} + R_1 \\ &= \frac{(3/0\Omega)(6/0\Omega)}{3/0\Omega + 6/0\Omega} + 4/0\Omega \\ &= 2/0\Omega + 4/0\Omega = 6/0\Omega \end{aligned}$$

از اینجا می‌توان جریان کل را به دست آورد که همان جریان I_1 نیز هست:

$$I_1 = \frac{18V}{6/0\Omega} = 3/0A$$

و از طرفی، از قاعده انشعاب جریان‌ها داریم:

$$I_1 = I_r + I_3 = 3/0A \quad (1)$$

همچنین دیدیم که مقاومتهای R_2 و R_3 موازی‌اند و بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آنها با هم برابر است:

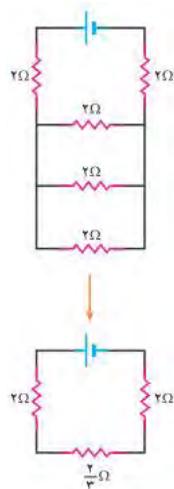
$$I_r R_r = I_3 R_3 \quad \text{و یا} \quad I_r = I_3 \left(\frac{R_3}{R_r} \right) = 2 I_3 \quad (2)$$

از حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$2I_3 + I_2 = 3I_2 = 3/0\text{ A}$$

بنابراین $I_2 = 1/0\text{ A}$ و در نتیجه $I_3 = 2/0\text{ A}$ است.

۳۱. اگر توجه کنید درمی‌یابید تمام مقاومت‌های $4/0\Omega$ با هم موازی‌اند. بنابراین، عملاً چنین مداری داریم:



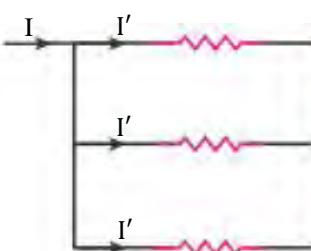
پس مقاومت معادل مدار چنین می‌شود:

$$R_{eq} = \frac{1}{3}\Omega + 2\Omega + 2\Omega = \frac{14}{3}\Omega$$

و در نتیجه جریان عبوری از مدار معادل (و در نتیجه منبع نیروی محرکه) برابر است با

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{14V}{\frac{14}{3}\Omega} = 3/0\text{ A}$$

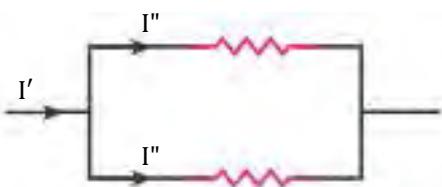
اکنون برای محاسبه جریان مقاومت‌های $4/0\Omega$ ، گام به گام عقب می‌رویم. توجه کنید که این جریان $3/0\text{ A}$ از سه مقاومت موازی $4/0\Omega$ می‌گذرد و مثلًاً شکلی مانند شکل زیر داریم:



توجه کنید چون مقاومت‌ها یکسان است، جریان عبوری از آن‌ها نیز یکسان شده است (I') و بنابراین داریم:

$$I = 3I' \Rightarrow I' = \frac{I}{3}$$

خود این $I' = \frac{I}{3}$ از مقاومت‌های موازی $4/0\Omega$ می‌گذرد؛ مثلًاً شکلی مثل زیر داریم:



توجه کنید چون مقاومت‌ها یکسان است، جریان عبوری از آن‌ها نیز یکسان شده است (I'') و بنابراین داریم:

$$I'' = \frac{I'}{\frac{1}{2}} = \frac{I}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot A}{\frac{1}{2}} = 0.5 \cdot A$$

۳۲. چون همه لامپ‌ها از هر لحظه یکسان هستند، پیش از بستن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر همه یکسان و برابر با $\frac{E}{3}$

است، که E نیروی محرکه باتری است:

$$V_{1A} = V_{1B} = V_{1C} = \frac{E}{3}$$

پس از بستن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ C برابر صفر می‌شود و بنابراین لامپ C از مدار خارج می‌شود و بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$V_{2A} = V_{2B} = \frac{E}{2}$$

بنابراین، نسبت اختلاف پتانسیل‌های لامپ‌های A و B چنین می‌شود:

$$\frac{V_{2A}}{V_{1A}} = \frac{V_{2B}}{V_{1B}} = \frac{\frac{E}{2}}{\frac{E}{3}} = 1/5$$

اکنون اگر به گزینه‌های مسئله نگاه کنیم درمی‌یابیم گزینه‌های پ و ت درست هستند. گزینه پ از آن رو درست است که در بالا نشان دادیم $V_{2A} = 1/5 V_{1A}$ و $V_{2B} = 1/5 V_B$ می‌شود که این به معنی افزایش ۵۰٪ اختلاف پتانسیل دو سرشان است. گزینه ت نیز درست است و ما پیشتر از آن استفاده کردیم.

تبصره. در وضعیت شکل مسئله، وقتی کلید را می‌بندیم، اصطلاحاً می‌گویند دو سر لامپ / تصال کوتاه (short circuit) شده است.

۳۳. با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه و توان هریک از مصرف‌کننده‌ها را داریم، مقاومت هر مصرف‌کننده را می‌توان به راحتی با استفاده از رابطه $P = V^2/R$ به دست آورد:

$$R_{اتو} = \frac{V^2}{P_{اتو}} = \frac{(22 \cdot V)^2}{1100 \cdot W} = 44/\Omega$$

$$R_{توستر} = \frac{V^2}{P_{توستر}} = \frac{(22 \cdot V)^2}{1800 \cdot W} = 26/\Omega$$

$$R_{لامپها} = \frac{V^2}{P_{لامپها}} = \frac{(22 \cdot V)^2}{5(100 \cdot W)} = 96/\Omega$$

$$R_{بخاری} = \frac{V^2}{P_{بخاری}} = \frac{(22 \cdot V)^2}{1100 \cdot W} = 44/\Omega$$

از طرفی داریم $I = V/R_{eq}$ که $1/A$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{eq}} &= \frac{1}{R_{اتو}} + \frac{1}{R_{توستر}} + \frac{1}{R_{لامپها}} + \frac{1}{R_{بخاری}} \\ &= \frac{1}{44/\Omega} + \frac{1}{26/\Omega} + \frac{1}{96/\Omega} + \frac{1}{44/\Omega} \\ &= 9/30 \times 10^{-2} \Omega^{-1} \end{aligned}$$

بنابراین جریان عبوری از مقاومت چنین می‌شود:

$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{R_{eq}} = V\left(\frac{1}{R_{eq}}\right) \\ &= (220V)(9/30 \times 10^{-3}\Omega^{-1}) \\ &= 20/46A = 20/5A \end{aligned}$$

که این بیشتر از جریان ۱۵A است که فیوز می‌تواند تحمل کند و بنابراین فیوز می‌پرد.